ECONOMIA GENERALE
Tracce d'esame svolte del PROF. ROVAI

MAT. FIN. 01

Con un vostro esempio illustrate come si sviluppa un piano di ammortamento.

In economia il piano di ammortamento è un programma di estinzione di debito o di abbassamento capitale di credito.
Nel pagamento di un debito già maturato, nella restituzione di un prestito, e comunque nelle attività di mutuo e finanziamento, il piano di ammortamento è un documento contenente dati che indicano in dettaglio i futuri pagamenti che il debitore effettuerà al creditore per onorare il debito corrente.
Contiene per ogni pagamento la corretta imputazione di ciascuna rata a quota capitale e quota interessi, il capitale residuo dopo ciascun pagamento, e le eventuali variazioni nel tempo (se previste) dei saggi e delle modalità di capitalizzazione. Esistono diversi piani di ammortamento:

- *Ammortamento a rate costanti* (**francese**)
- *Ammortamento con quote capitali costanti* (**italiano**)

La semplicità concettuale e pratica di un rimborso tramite rate tutte uguali ha determinato il successo del metodo di ammortamento "francese" a rata costante.
Ipotizziamo il piano di ammortamento di un mutuo di 50000 € al 6% fisso da rimborsare con 10 rate semestrali di 5861,53 €.

N° RATA	Q.INTERESSI	Q.CAPITALE	DEB.RESIDUO
0	-	-	50 000,00
1	1500,00	4361,53	45 638,47
2	1369,15	4492,37	41 146,10
3	1234,38	4627,14	36 518,96
4	1095,57	4765,96	31 753,00
5	952,59	4908,94	26 844,07
6	805,32	5056,20	21 787,87
7	653,64	5207,89	16 579,98
8	497,40	5364,13	11 215,85
9	336,48	5525,05	5690,80
10	170,72	5690,80	0,00

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

Per la prima scadenza:

- Essendo a r. semestrali si moltiplica il deb. (50000 €) per il tasso del periodo (semestre = metà 3%). La Q int. sarà perciò a 50000 x 0,03 = **1500**.
- per differenza si ottiene la q. capitale: 5861,53 (rata) – 1500 (q. int.) = **4361,53**
- il deb. Residuo si ricava sottraendo dall'ultimo deb. Res. la q. cap. calcolata: 50000 (debito) - 4361,53 = **45638,47**.

Il procedimento per la seconda scadenza sarà lo stesso. La q. int. scenderà perché calcolata sul nuovo deb. Res. di 45638,47.
Con il tasso semestrale del 3% gli int. saranno **1369,15**. La q. cap. sarà 5861,53 - 1369,15 (q. int.) = **4492,37**.
Quindi il deb. residuo sarà: 45638,47 (ultimo deb. Res.) – 4492,37 (quota capitale) = **41146,10**.
Applicando la procedura per le altre otto rate il piano si completerà, come indica l'azzeramento del debito alla decima scadenza.

MAT. FIN. 02

Nel corso di un anno un cliente deposita in banca le seguenti somme di capitale:

- **01/01: € 1000,00**
- **01/05: € 3000,00**
- **01/07: € 1000,00**

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Inoltre fa il seguente prelievo:

- **01/03: € 2000,00**

Considerando una remunerazione del capitale pari al 2% ed un interesse passivo del 3%, quale sarà il totale disponibile al 31/12?

DATA	ENTRATA	USCITA	SALDO	GIORNI	N. NERI	N.ROSSI
01/01	1000,00	–	+1000,00	59	59000	–
01/03	–	2000,00	-1000,00	61	–	61000
01/05	3000,00	–	+2000,00	123	246000	–
01/09	1000,00	–	+3000,00	122	366000	–
31/12	**–**	**–**	**+3000,00**	**365**	**671000**	**61000**

Il saldo si ottiene per differenza tra il capitale in entrata e quelli in uscita, i numeri, neri o rossi, si ottengono moltiplicando i giorni che intercorrono tra un'operazione e l'altra con il saldo presente.

In base ai numeri ottenuti si calcola l'interesse sul capitale:

$$\frac{N_{NERI}\cdot \text{Rem.Cap.}}{GG_{tot}} - \frac{N_{ROSSI}\cdot \text{Int.Pass.}}{GG_{tot}} = \frac{671000\cdot 0,02}{365} - \frac{61000\cdot 0,03}{365} = 31,75\,€$$

Il capitale disponibile al 31/12 sarà dato, quindi, dal saldo più l'interesse maturato (*montante*):

$$M = C_0 + I = 3000,00 + 31,75 = 3031,75\,€$$

MAT. FIN. 03

Un genitore vuole costituire un capitale che possa coprire le spese necessarie per gli studi universitari del proprio figlio che attualmente ha 6 anni. Da indagini effettuate ha visto che durante il corso di studi (5 anni) si sostengono delle spese per circa € 10000 all'anno. Quale cifra dovrà accantonare ogni anno per poter coprire tali spese?

Imponendo un tasso d'interesse del 3% posso calcolare l'accumulazione iniziale della spesa e da lì determinare l'annualità da risparmiare per coprirla interamente. Quindi:

$$A_0 = a\cdot q\cdot (q^n - 1)/(r\cdot q^n) = 10000\cdot 1,03\cdot (1,03^5 - 1)/(0,03\cdot 1,03^5) = 47\,171,00\,€$$

Dalla formula dell'accumulazione finale trovo l'annualità da conservare, in funzione del tempo che intercorre tra l'inizio degli studi (19 anni) e l'età attuale del bambino (6 anni), quindi m = 13:

$$A_n \approx A_0 \rightarrow A_m = a\cdot (q^m - 1)/r \rightarrow a = A_m\cdot r/(q^m - 1) = 47\,171\cdot 0,03/(1,03^{13} - 1) = 3\,020,34\,€$$

MAT. FIN. 04

Un tizio chiede un prestito alla banca di € 10000 da restituire in 5 anni con rate annuali. Dopo 2 anni si trova in condizione da poter restituire il prestito. A quanto ammonterà il capitale da restituire alla banca?

Per l'estinzione del debito si procederà alla costruzione di un piano di ammortamento che, in questo caso, terminerà dopo due anni, data la possibilità del

contraente di restituirlo. Considerando un'accumulazione A_0 di 10000 €, un tasso del 4%, possiamo calcolare la rata annua da corrispondere per l'estinzione. Infatti:

$$A_0 = a \cdot (q^n - 1)/r \cdot q^n \rightarrow a = (A_0 \cdot r \cdot q^n)/(q^n - 1) = 2183{,}55\ €$$

Dopodichè sviluppo il percorso finanziario da seguire per l'estinzione del debito che, in questo caso, viene interrotto dopo 2 anni dal debitore:

N° RATA	Q.INTERESSI	Q.CAPITALE	DEB.RESIDUO
0	-	-	10 000,00
1	300,00	1 883,55	8 116,45
2	243,50	1 940,05	**6 176,40**

La quota interessi viene calcolata applicando il tasso al debito da restituire. La quota capitale di ottiene per differenza tra la quota annuale e la quota di interessi. Il debito residuo si ottiene per differenza tra l'importo del prestito e la quota capitale da corrispondere. In questo caso il soggetto, dopo 2 anni, dovrà corrispondere alla banca una somma di **6 176,40 €** per l'estinzione del prestito.

MASTER COPY

Tel. 388/9837745 4

MAT. FIN. 06

Si calcoli il montante prodotto da un capitale di € 500 000,00 impiegato all'interesse composto discontinuo annuo del 4% per 8 anni.

Il montante è il capitale che si riscuote al termine di un dato periodo per il quale è stato investito un capitale iniziale e corrisponde alla somma del capitale iniziale più gli interessi maturati. La formula generica di calcolo del montante è:

$$M = C(1 + r)^n ,$$

dove:

C = capitale iniziale **r** = tasso d'interesse riferito al periodo **n** = periodo (1, 2, 3)

L'operazione che consente di calcolare il montante prende il nome di capitalizzazione.

In economia, l'interesse è la somma dovuta come compenso per ottenere la disponibilità di un capitale per un certo periodo; esso può essere *semplice* o *composto*, quest'ultimo si suddivide a sua volta in interesse *annuo discontinuo, convertibile o continuo*. In questo caso bisogna considerare un interesse composto discontinuo annuo, ovvero quell'interesse che viene pagato con scadenza annuale.

Quindi: $M = C(1 + r)^n = 500\,000 \cdot (1 + 0{,}04)^{10} = 740\,122{,}15\ €$

MAT. FIN. 08

Si calcoli il diritto che maturerà fra 5 anni che mi consenta € 2 000 000 di riscossione con un saggio r = 4%.

Si parte dalla formula del montante e si calcola il capitale iniziale:

$M = C(1 + r)^n \rightarrow C = M/(1 + r)^n = 2\,000\,000/(1 + 0{,}04)^5 = 1\,643\,854{,}20\ €$

MAT. FIN. 09

Nel corso di un anno un cliente deposita in banca le seguenti somme di capitale:

- **01/01: € 1000,00**
- **01/03: € 2500,00**
- **01/05: € 1000,00**
- **01/09: € 2000,00**
- **01/10: € 1000,00**

Considerando una remunerazione del capitale pari al 2%, quale sarà il totale disponibile al 31/12?

DATA	ENTRATA	USCITA	SALDO	GIORNI	N. NERI
01/01	1000,00	–	+1000,00	59	59000
01/03	2500,00	–	+3500,00	61	213500
01/05	1000,00	–	+4500,00	123	553500
01/09	2000,00	–	+6500,00	30	195000
01/10	1000,00	–	+7500,00	91	682500
31/12	**–**	**–**	**+7500,00**	**365**	**1703500**

Il saldo si ottiene per differenza tra il capitale in entrata e quelli in uscita, i numeri neri si ottengono moltiplicando i giorni che intercorrono tra un'operazione e l'altra con il saldo presente. In base ai numeri ottenuti si calcola l'interesse:

$$I=\frac{N_{NERI}\cdot \text{Rem.Cap.}}{GG_{tot}}=\frac{1703500\cdot 0,02}{365}=93,34\,€$$

Il capitale disponibile al 31/12 sarà dato, quindi, dal saldo più l'interesse maturato (*montante*):

$$M = C_0 + I = 7500,00 + 93,34 = 7\,594,34\,€$$

MAT. FIN. 10

Si determini lo sconto commerciale su un effetto bancario di € 100,00 con scadenza il 30/05, presentato allo sportello di un istituto di credito il 01/03. Considerando un tasso del 8%, qual è l'effettivo tasso di sconto?

Lo sconto commerciale è un compenso che spetta a chi paga un debito prima della scadenza, calcolato in proporzione al capitale da pagare alla scadenza, al tasso e al tempo di anticipo. Indichiamo allora con:

M = montante (C + I) r = tasso di sconto Sc =sconto comm.

Nello specifico:

$$Sc = M\cdot r\cdot n = (100\cdot 0,08\cdot 91)/365 = 1,99\,€$$

Per determinare il tasso effettivo si deve eguagliare lo Sc. comm. calcolato con quello effettivo:

$$Sc = Se \rightarrow M\cdot r\cdot n = (M\cdot r_e\cdot n)/(1 + r_e\cdot n) \rightarrow$$

$$r_e = r/)/(1 - r\cdot n) = 0,08/(1 - 0,08\cdot 91/365) = 0,0816 = 8,16\%$$

MAT. FIN. 11

Un tizio vuole costituire un conto di 20 000 € per la figlia al compimento del suo 21esimo anno di età depositando un capitale in banca. Supponendo che la banca offra un tasso di interesse del 4%, quanto dovrebbe depositare quando compie 10 anni? E alla sua nascita?

Per determinare il dato cercato è necessario ricorrere alla formula del montante e tenere in considerazione che l'interesse da utilizzare è un interesse composto. Quindi:

$$M = C(1 + r)^n$$

Considerando il tasso del 4%, al compimento del decimo anno di età (n = 21 – 10 = 11) il soggetto dovrà depositare una somma pari a:

$$C = M/(1 + r)^n = 20\,000/(1 + 0,04)^{11} = 12\,991,62\,€$$

Se, invece, deposita al momento della nascita della figlia (n = 21 – 0), tenendo sempre conto di un tasso d'interesse del 4%, dovrà versare:

$$C = M/(1 + r)^n = 20\,000/(1 + 0{,}04)^{21} = 8\,776{,}67\ €$$

MAT. FIN. 13

Un commerciante ottiene dalla banca un prestito di € 20000 al tasso del 10% per 5 mesi con pagamento anteposto degli interessi. Quanto riceve il commerciante dalla banca all'inizio del prestito?

Considerando il pagamento anteposto degli interessi, egli riceverà una cifra leggermente minore a quanto richiesto, infatti l'interesse viene detratto dalla somma all'inizio del prestito, quindi:

n = 5/12 (espresso in mesi) r = 10% = 0,10 M = 20 000 €

$$I = M \cdot r \cdot n = 20\,000 \cdot 0{,}10 \cdot 5/12 = 833{,}33\ € \rightarrow C' = M - I = 20\,000 - 833{,}33 = 19\,166{,}67\ €$$

MAT. FIN. 15

***Un genitore vuole costituire un capitale che possa coprire le spese necessarie per gli studi universitari del proprio figlio che attualmente ha 10 anni. Da indagini effettuate ha visto che durante il corso di studi* (5 anni) si sostengono delle spese per circa € 15000 all'anno. Quale cifra dovrà accantonare ogni anno per poter coprire tali spese?**

Imponendo un tasso d'interesse del 4% posso calcolare l'accumulazione iniziale della spesa e da lì determinare l'annualità da risparmiare per coprirla interamente.

Quindi:

$$A_0 = a \cdot q \cdot (q^n - 1)/(r \cdot q^n) = 15000 \cdot 1{,}04 \cdot (1{,}04^5 - 1)/(0{,}04 \cdot 1{,}04^5) = 66\,778{,}00\ €$$

Dalla formula dell'accumulazione finale trovo l'annualità da conservare, in funzione del tempo che intercorre tra l'inizio degli studi (19 anni) e l'età attuale del bambino (10 anni), quindi m = 9:

$$A_n \approx A_0 \rightarrow A_m = a \cdot (q^m - 1)/r \rightarrow a = A_m \cdot r/(q^m - 1) = 66\,778 \cdot 0{,}04/(1{,}04^9 - 1) = 6\,310{,}00\ €$$

MAT. FIN. 17

Una macchina è stata acquistata contraendo un mutuo di € 20 000 da estinguere in 3 anni al tasso annuo del 7%. Determinare la quota ed il piano di ammortamento.

In economia il piano di ammortamento è un programma di estinzione di debito o di abbassamento capitale di credito. Nel pagamento di un debito già maturato, nella restituzione di un prestito, e comunque nelle attività di mutuo e finanziamento, il piano di ammortamento è un documento contenente dati che indicano in dettaglio i futuri pagamenti che il debitore effettuerà al creditore per onorare il debito corrente.

Il piano di ammortamento di un mutuo di 20000 € al 7% fisso da rimborsare con 6 rate semestrali.

La rata consiste nella quota di ammortamento che si calcola con:

$$a = (A_0 \cdot r \cdot q^n)/(q^n - 1) = (20000 \cdot 0{,}035 \cdot 1{,}035^6)/(1{,}035^6 - 1) = 3\,753{,}36\ €$$

dove: r = tasso periodico semestrale = 3,5% n = numero di rate semestrali = 6

N° RATA	Q.INTERESSI	Q.CAPITALE	DEB.RESIDUO